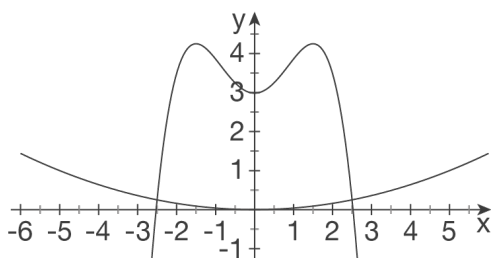


Ganzrationale Funktionen

1. Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x$ stellt im Bereich $-3 \leq x \leq 2,5$ den Querschnitt einer Achterbahn dar.
- Skizziere f im angegebenen Intervall in einem Koordinatensystem.
 - An der Stelle, an der die Kurve mit einer Steigung von -1 fällt, werden die Leute in der Achterbahn fotografiert. Bestimme die Stelle, an der das Foto geschossen wird.
 - Die Leute kreischen immer dann am lautesten, wenn sie sich gerade an einem Punkt befinden, der sich genau zwischen Steigung und Gefälle befindet.
Sie werden also hochgezogen und schreien dann los, wenn es bergab geht.
Wo schreien die Leute am lautesten?
 - Die Achterbahn wird am Punkt mit der größten Steigung am meisten beschleunigt. Bestimme diesen Punkt.
2. Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 2x$ stellt den Querschnitt eines Gebirges dar.
- Skizziere f in einem Koordinatensystem.
 - Bestimme, in welchen Bereichen das Gebirge steigt bzw. fällt.
 - In der Kuhle, welche sich zwischen zwei Nullstellen befindet, fließt ein Bach, der das Gebirge ausspült.
Wie breit ist der Fluss? Wie tief ist er an der tiefsten Stelle?
3. Eine Textilfirma hat einen neuen Hut entworfen. Die Krempe des Hutes lässt sich mit der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{25}x^2$ beschreiben.
- Der Hut selbst lässt sich wie folgt skizzieren:



Bei $x_{1,2} = \pm 2,5$ schneiden sich die beiden Funktionen. Die höchsten Stellen des Hutes befinden sich bei $H_{1,2} (\pm 1,5 \mid 4,25)$.

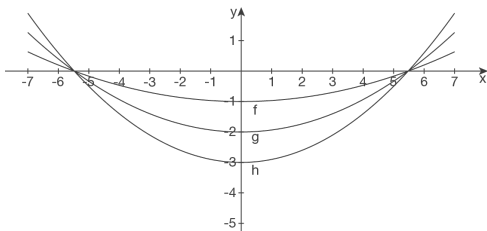
Die Form des Hutes kann mit einer ganzrationalen Funktion 4. Grades beschrieben werden, die

achsensymmetrisch zur y -Achse ist.

Gib eine Funktionsgleichung an, runde die Werte gegebenenfalls.

- b) Wie groß ist in diesem Querschnitt der Flächeninhalt des Hutes (also der eingeschlossenen Fläche)?
- c) Wo fällt der Hut am steilsten ab?

4. Zwischen zwei dünnen Bäumen ist eine Schnur gespannt, auf die sich immer wieder gerne Vögel setzen. Mit jedem Vogel, der sich auf die Schnur setzt, biegt sie sich etwas weiter nach unten durch. Unten sind die Kurven der Schnur gezeichnet; f zeigt die Schnur, auf der 1 Vogel sitzt, g zeigt die Schnur, auf der 2 Vögel sitzen und h zeigt die Schnur, auf der 3 Vögel sitzen.



- a) Die Schnur lässt sich durch eine ganzrationale Funktion 2. Grades beschreiben, die achsensymmetrisch zur y -Achse ist.

f geht durch die Punkte $P_f(0 | -1)$ und $Q_f(1,5 | -0,925)$.

g geht durch die Punkte $P_g(0 | -2)$ und $Q_g(1,5 | -1,85)$.

h geht durch die Punkte $P_h(0 | -3)$ und $Q_h(1,5 | -2,775)$.

Stelle für f , g , h je eine Funktionsgleichung auf.

- b) Ausgehend von diesen drei Funktionsgleichungen lässt sich die Funktionsgleichung einer Kurvenschar formulieren. Diese enthält den Parameter t , wobei t für die Anzahl der Vögel steht. Stelle die Funktionsgleichung dieser Kurvenschar auf.
- c) Die Schnur ist auf Höhe der x -Achse an den Bäumen festgemacht. Beugen sich die Bäume mit dem Gewicht der Vögel?

5. Eine Autorennstrecke lässt sich durch die beiden Funktionen $f(x) = -x^4 + 4x^2 + 5$ und $g(x) = x^2 + 1$ beschreiben. Die Strecke wird dabei im Uhrzeigersinn durchfahren.

- a) Skizziere die beiden Funktionen in einem Koordinatensystem.
- b) Bestimme die Koordinaten der Punkte, die am weitesten links bzw. rechts außen liegen.
- c) Bestimme die Koordinaten der Punkte, die am weitesten oben bzw. unten liegen.
- d) Eines der Autos fliegt bei $x = 1$ tangential aus der Bahn. Bei $y = 10$ sind in einer geraden Linie Reifen aufgestellt. An welcher Stelle trifft das Auto auf die Reifen?



- e) Ein weiteres Auto landet bei $P(0 \mid 10)$ in der Reifenmauer.
Wo ist dieses Auto aus der Kurve geflogen?